



Lista 1 - Nível Universitário

Sala A105 - UFSC Blumenau

27/05 - 16h

1. Quantas funções $f : \{1, 2, \dots, 2024\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$ existem tais que a soma $f(1) + f(2) + \dots + f(2024)$ seja múltipla de 4?

2. Seja a função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que dá 1 se n é par, e dá 2 se n é ímpar. Definindo $S(x) = \sum_{n \leq x} f(n)$, calcule

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x)}{x}.$$

3. Denote $[x]$ a parte inteira de x e $\{x\}$ sua parte fracionária. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{(e^x + \pi^x)^{\frac{1}{x}}\}.$$

4. Considere a sequência de Fibonacci $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, e $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ para $n \geq 3$. Defina o operador linear $T(x, y) = (y, x + y)$ de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$. Calcule $T^n(0, 1)$.

5. Seja C a curva plana real de equação $y^3 = x^2y - x$. Se (x, y) se aproxima de $(0, 0)$ ao longo de C , calcule para onde se aproxima a expressão

$$E = \frac{x^2 - y^6}{x^4 + y^{10}}.$$

6. Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^x(1 + tg(x) + tg^2(x))dx$.

7. Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ onde $a_n = \cos(2\pi(4 + 2\sqrt{3})^n)$.

8. Considere a função $T(x, y) = (7x + 9y, 2x + 3y)$ de $\mathbb{Z}^2$ em $\mathbb{Z}^2$. Qual a probabilidade de um ponto aleatório de $\mathbb{Z}^2$ estar na imagem de T ?

9. Dado inteiro $n > 0$, seja $p(n)$ o maior divisor ímpar de n . Calcule

$$p(2024) + p(2025) + \dots + p(4048).$$