



Gabarito 6 - Nível 2

1. Note que $(2009 - x)^2 - x^2 = 2009(2009 - 2x)$, um múltiplo de 2009. Assim, sempre que Pedro apagar um número, x^2 digamos, basta Igor apagar o número $(2009 - x)^2$. Desse modo, no final restarão dois números cuja diferença é um múltiplo de 2009.

2. Seja x a idade de Ludmilson. Logo, $(x - 55)(x + 55) = p^3$, onde p é primo. Temos então, duas possibilidades:

$$\begin{aligned}x - 55 &= 1 \\x + 55 &= p^3\end{aligned}$$

Nesse caso teríamos $x = 56$ e $p = 111$, absurdo, pois 111 não é primo.

$$\begin{aligned}x - 55 &= p \\x + 55 &= p^2\end{aligned}$$

Com isso, $110 = p^2 - p(p - 1) = 11 \cdot 10$. E assim teremos $p = 11$ e $x = 66$. Logo, a idade de Ludmilson é 66 anos.

3. Tente 1, 2, 3, ... e perceba que somente com $n = 5$, k terá 5 algarismos. Assim, $k = 2608 \cdot 5 = 13040$. Com isso, a soma dos algarismos de K é 8.

4. A partir do sétimo termo, todos serão iguais a 6174.

5. Natasha pulou os números 13, 31, 113, 130, 131, 132, ..., 139, num total de 13 números. Portanto, na última página do seu diário escreveu o número $200 + 13 + 1 = 214$.