



---

Treinamento 2 - Nível Universitário

---

**Treinamentos  
em Blumenau**

quarta - 14/06

13h30 - 15h10

sala A302

1. Dados dois polinômios com coeficientes complexos em uma variável  $f(x)$  e  $h(x)$ , prove que existe um polinômio  $g(x)$  tal que  $f(x) = (g \circ h)(x)$  se, e somente se, existe um polinômio com coeficientes complexos em duas variáveis  $q(x, y)$  tal que  $f(x) - f(y) = q(x, y)(h(x) - h(y))$ .
2. Fixe  $n$  um inteiro positivo. Seja  $A_n$  o subconjunto do plano definido por  $1 \leq x \leq n$ ,  $0 \leq y \leq \ln(x)$ . Seja  $B_n$  o polígono convexo de vértices

$$(1, 0) = (1, \ln(1)), (2, \ln(2)), (3, \ln(3)), \dots, (n, \ln(n)), (n, 0)$$

Seja  $C_n = A_n - B_n$  o complemento de  $B_n$  em relação a  $A_n$ .

(a) Calcule as áreas de  $A_n$ ,  $B_n$  e  $C_n$ .

(b) Mostre que a área de  $C_n$  é menor que 1, para qualquer inteiro positivo  $n$ .