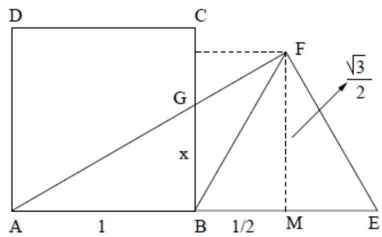
Gabarito 4 - Nível 3

1. (b) Temos $P(1) = a_{2000} + a_{1999} + a_{1998} + \cdots + a_0$ e $P(-1) = a_{2000} - a_{1999} + a_{1998} - \cdots + a_0$. Somando as equações segue $P(1) + P(-1) = 2(a_{2000} + a_{1998} + \cdots + a_2 + a_0)$ que implica $a_{2000} + a_{1998} + \cdots + a_2 + a_0 = \dfrac{P(1) + P(-1)}{2}$.

2. $\triangle ABG \cong \triangle AMF$. Logo

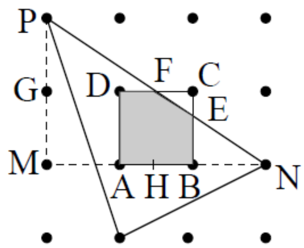


$$\frac{x}{1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Então

$$\text{Área de } \triangle BFG = \frac{\overline{BG} \cdot \overline{BM}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

3. O ponto médio de PM é G. Então F é o ponto médio de PN e, assim, H é ponto médio de MN e de AB. Daí F é ponto médio de CD, que implica $FC = \frac{1}{2}$. Mas também $\triangle PMN \cong \triangle EBN$ que implica



$$\frac{2}{3} = \frac{\overline{EB}}{\overline{BN}} = \frac{\overline{EB}}{1}$$

Então $\overline{EB} = \frac{2}{3}$ e $\overline{CE} = \dfrac{1}{3}$. Logo

$$\text{Área de } \triangle ECF = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{12}$$

Assim a área comum é $1 - \dfrac{1}{12} = \dfrac{11}{12}$

4. (a) Sendo h a altura inicial de Alice, sua altura final será $1,25 \cdot 0,9 \cdot 1,1 \cdot 0,8 \cdot h = 0,99h$. Ou seja, ela ficou 1% mais baixa.

5. (c) Note que $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ e $\dfrac{x^3 + y^3}{x + y} = x^2 - xy + y^2$.