Universidade Federal de Santa Catarina
Campus Blumenau
Olimpíada Regional de Matemática

Gabarito 1 - Nível 2

1. **(C)** Se x é a posição de Josias, $x - 1$ pessoas chegaram antes dele e $2016 - x$ chegaram depois. Consequentemente, $4(x - 1) = 2016 - x$, ou seja, $x = 404$.

2. **(D)** Existem 5 algarismos ímpares: 1, 3, 5, 7 e 9. Portanto, existem $5 \times 5 = 25$ números de exatamente dois dígitos sendo todos eles ímpares. Logo, no máximo $25 - 18 = 7$ casas não receberam jornal.

3. **(D)** Como os pedaços são iguais e eles podem ser divididos em grupos para 2, 3 e 5 pessoas, a quantidade de pedaços deve ser um múltiplo do mínimo múltiplo comum desses números, ou seja, múltiplo de 30. De fato, com 30 pedaços iguais é imediato verificar que a divisão desejada é possível.

4. Seja $x = 2015$, então a expressão dada pode ser reescrita como

$$\frac{x^3 - 1^3}{1^2 + x^2 + (x+1)^2} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{2(x^2 + x + 1)} = \frac{x-1}{2}$$

   Assim, o valor procurado é $\frac{2015-1}{2} = 1007$

5. **(B)** Fatorando 2016 em primos, obtemos $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$. Assim, $n!$ deve conter pelos menos essas potências de primos como seus divisores. Para que apareça o fator 7 na fatoração de $n!$, devemos ter $n \geq 7$. Como 2^5 não divide $7! = 5040$, o próximo candidato é $8! = 40320 = 20 \cdot 2016$. Portanto, o menor valor de n é 8.

6. **(C)** A primeira pessoa a responder não pode estar dizendo a verdade, pois assim parte das pessoas que estão atrás dela também estão falando a verdade ao dizerem que a pessoa à sua frente é mentirosa. Como a primeira pessoa a responder mentiu, a segunda pessoa falou a verdade. Assim a terceira pessoa mentiu e a quarta falou a verdade. Repetindo essa análise, podemos conluir que as pessoas na fila se alternam entre honestos e mentirosos. Logo, existem $\frac{2016}{2} = 1008$ pessoas mentirosas na fila.